შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

01.05.2011/ მათ/ IV/ 350

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

განვიხილოთ ზოგადი წევრი, როდესაც $\frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k^2}}$

$$\cancel{\frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k^2}}} \quad \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}} - \frac{1}{k+1} = \frac{k+1-\sqrt[3]{k}}{\sqrt[3]{k}(k+1)} = \frac{\sqrt[3]{k}(\sqrt[3]{k}-1)(\sqrt[3]{k}+1)+1}{\sqrt[3]{k}(k+1)}$$

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k}} = \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}} - \frac{1}{k+1} - \frac{\sqrt[3]{k}(\sqrt[3]{k}-1)(\sqrt[3]{k}+1)}{\sqrt[3]{k}(k+1)}$$

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k}} = \frac{1}{\sqrt[3]{k}} - \frac{\sqrt[3]{k^2}}{k+1}$$

გამოვსახოთ ჩვენი ჯამი

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{4}}{3} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} - \frac{\sqrt[3]{27}}{4} \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{2011}} - \frac{\sqrt[3]{2011^2}}{2012} < 3$$

$$\frac{1}{2} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \dots - \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{3} + \frac{\sqrt[3]{27}}{4} + \dots\right) < 3.$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{3} + \frac{\sqrt[3]{27}}{4} + \dots \geq 2010 \sqrt[2010]{\frac{\sqrt[3]{\frac{2011!}{2012!}}}{3}}$$

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

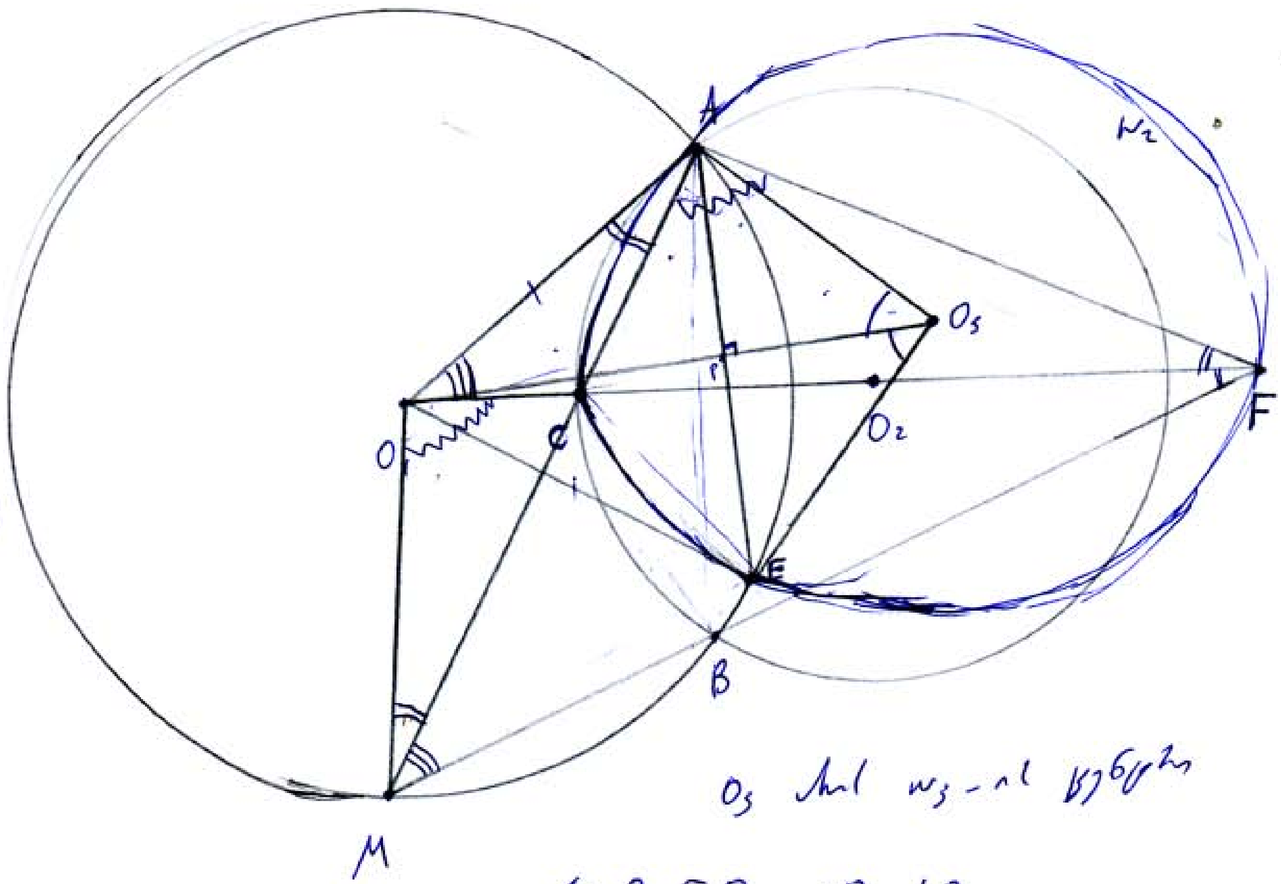
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

01.05.2011/ მათ/ IV/ 350

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



O_3 არის w_3-ის ცენტრი

$\triangle O_3EO_1 = \triangle O_3AO_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle O_3EO_1 = \angle O_3AO_1$

$\angle O_1MA = \angle O_1AM$.

$\angle F\cancel{MA} = \frac{1}{2}\angle BO_1A = \cancel{\ldots} = \angle AO_1C \Big) \Rightarrow MO_1\ AF$-პარალელურია $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AFO_1 = \angle O_1MA$

$\angle CAE = \frac{1}{2}\angle \overset{\frown}{ME} = \frac{1}{2}\angle MO_1E$ $\cancel{\triangle AO_1F \sim \triangle}$

4

$\triangle AOC \sim \triangle FOA \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{AO}{FO} = \dfrac{OC}{AO} \Rightarrow AO^2 = OC \cdot OF \Rightarrow$

$\Rightarrow R^2 = OC \cdot OF \Rightarrow O_1A$ მხებია $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle O_3AO_1 = 90° = \angle O_1EO_3$

O_1E მხები

რ.ს.დ

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

01.05.2011/ მათ/ IV/ 350

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$f(f(n)) \in N_0$ ~~[illegible]~~ ფუნქცია მუდმივი რომ არ არის ეს ნათელია.

$n \in N_0$.

ვთქვათ $f(f(n))=n+2011$ სიმრავლე ვნახოთ რომ წყვილი, მაგ.
ანუ ვაჩვენოთ რომ ეს სიმრავლე ... რადგან
მაშინ $n+2011$-ც უნდა ეკუთვნოდეს ამ სიმრავლეს.
$n+2011 \in N_0 \Rightarrow f(f(n+2011)) = n+4022$. ანალოგიურად $n+4022$-ც
უნდა ეკუთვნოდეს ამ სიმრავლეს. ანალოგიურად მივიღებთ
უსასრულობამდე, რომ ამ სიმრავლეს ეკუთვნის უსასრულო
ბევრი წევრი ე.ი. ეს სიმრავლე უსასრულოა.